

Incorporación de Dispositivos Activos en Simuladores FDTD a Partir de Parámetros S Medidos y de Técnicas de Ajuste Racional

Oscar González, José A. Pereda, Ana Grande, Amparo Herrera, y Ángel Vegas
gonzalezo@unican.es, peredaj@unican.es, grandeam@unican.es, amparo@dicom.unican.es
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones (DCom), Universidad de Cantabria (Spain).

Abstract—The equivalent circuit approach is the most common choice to account for lumped components in the finite-difference time-domain (FDTD) method. However, when dealing with active devices, equivalent circuit models are not easy to obtain and, even, some components are not described reliably by such an approach.

In this work, we combine the two-port lumped-network FDTD method with rational fitting techniques to incorporate active devices characterized by S -parameters into FDTD simulators. To this end, the Y -parameters are approximated by rational functions of the complex frequency s . Finally, the polynomial coefficients of the rational functions are used directly as input parameters of the TP-LN-FDTD method.

This technique is applied to the calculation of the S -parameters of a hybrid structure including a field effect transistor as active device. The results obtained are compared with those provided by a commercial simulator and with measurements.

I. INTRODUCCIÓN

DURANTE los últimos años, se han desarrollado nuevas extensiones del método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (cuyas siglas en inglés son FDTD) que permiten el análisis de circuitos híbridos de microondas, incluyendo tanto elementos distribuidos como concentrados [1], [2]. En la mayoría de las técnicas existentes, los elementos activos se incluyen en los simuladores FDTD a partir de sus modelos eléctricos equivalentes. Desafortunadamente, para el caso concreto de dispositivos activos, la mayoría de los fabricantes sólo proporcionan los parámetros de *scattering* (o parámetros S) medidos en un rango frecuencial y para distintas condiciones de polarización. Además, la obtención de circuitos equivalentes a partir de estas medidas experimentales no es un proceso sencillo e, incluso, ciertos dispositivos no quedan convenientemente caracterizados mediante dicha aproximación.

Todo esto hace que la incorporación de dispositivos activos en simuladores FDTD a partir de, únicamente, los parámetros S medidos en el laboratorio, tenga un gran interés práctico. En trabajos anteriores que abordan esta posibilidad [3], [4], los parámetros medidos en el dominio de la frecuencia del dispositivo, se transforman primero al dominio temporal, aplicando para ello la transformada inversa de Fourier (en inglés IFT). Los parámetros temporales resultantes se incorporan en las ecuaciones FDTD utilizando productos de convolución de forma directa [3] o recursiva [4]. El mayor inconveniente

que aparece al utilizar esta técnica es que el método FDTD requiere que los parámetros circuitales del dispositivo en el dominio del tiempo sean causales y, por contra, la aplicación directa de técnicas IFT a medidas realizadas en una banda frecuencial limitada, puede dar lugar a parámetros no causales en el tiempo [5].

Hace un par de años, el método *Two-Port Lumped-Network* (TP-LN)-FDTD se introdujo como una herramienta eficaz para incorporar circuitos lineales de dos puertas en simuladores FDTD de forma sencilla y sistemática [7]. Esta técnica se ha validado utilizando dispositivos concentrados descritos por modelos circuitales equivalentes.

El objetivo de esta comunicación es combinar el método TP-LN-FDTD con técnicas de ajuste racional para incorporar dispositivos activos caracterizados por parámetros S en simuladores FDTD. La técnica propuesta consta de tres pasos principales: 1) En primer lugar, los parámetros S medidos del dispositivo se transforman a parámetros Y , utilizando para ello las ecuaciones estándar de teoría de redes. 2) A continuación, cada parámetro se ajusta por una función racional de la frecuencia compleja s . 3) Finalmente, los coeficientes de los polinomios de las funciones racionales se utilizan directamente como los parámetros de entrada del método TP-LN-FDTD.

La principal ventaja de esta técnica con respecto a [3] y [4], es que los productos de convolución ya no son necesarios, reduciendo así el coste computacional del algoritmo FDTD; además, tampoco se necesita conocer los parámetros Y del dispositivo en el dominio temporal. La razón para dichas ventajas es que, debido a que la técnica de ajuste racional se realiza en el dominio de la frecuencia, y a que los parámetros de entrada del método TP-LN-FDTD son simplemente los coeficientes de las funciones racionales, no necesitamos realizar transformaciones al dominio temporal. Además, para poder utilizar el método TP-LN-FDTD, ya no necesitamos disponer de un modelo circuital equivalente para el dispositivo.

Para mostrar la validez de esta técnica combinada, se ha diseñado y simulado un amplificador de microondas a 12 GHz que contiene un transistor de efecto de campo de hetero-unión (cuyas siglas en inglés son HJ-FET) como elemento activo. Los resultados obtenidos mediante esta técnica combinada se han comparado con los proporcionados por el simulador circuital Advanced Design System (ADS) [9] y con medidas experimentales.

II. REVISIÓN DEL MÉTODO TP-LN-FDTD

Según el método TP-LN-FDTD, para incorporar una red concentrada de dos puertas en el formalismo FDTD se deben elegir dos nodos eléctricos de la malla FDTD para que jueguen el papel de puertas. A las ecuaciones discretas de Maxwell-Ampère que gobiernan la propagación del campo eléctrico en el método FDTD convencional [1] en esos dos nodos, se añaden sendos términos de densidad de corriente ($J_{\alpha 1}$ en la puerta 1 y $J_{\alpha 2}$ en la puerta 2). Estos términos adicionales se discretizan utilizando promediado temporal:

$$E_{\alpha 1}^{n+1} = E_{\alpha 1}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times \vec{H}^{n+\frac{1}{2}}]_{\alpha 1} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} (J_{\alpha 1}^{n+1} + J_{\alpha 1}^n), \quad (1a)$$

$$E_{\alpha 2}^{n+1} = E_{\alpha 2}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon} [\nabla \times \vec{H}^{n+\frac{1}{2}}]_{\alpha 2} - \frac{\Delta t}{2\epsilon} (J_{\alpha 2}^{n+1} + J_{\alpha 2}^n), \quad (1b)$$

donde $\alpha = (x, y, z)$. $E_{\alpha 1}$ y $E_{\alpha 2}$ denotan E_{α} en la puerta 1 y 2, respectivamente.

Describiendo la red concentrada de dos puertas en términos de su matriz admitancia en el dominio de Laplace, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & Y_{12}(s) \\ Y_{21}(s) & Y_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

donde asumimos que los parámetros Y son funciones racionales de s :

$$Y_{pq}(s) = \frac{\sum_{m=0}^{G_{pq}} a_m^{(p,q)} s^m}{\sum_{m=0}^{H_{pq}} b_m^{(p,q)} s^m}, \quad (3)$$

siendo $a_m^{(p,q)}$ y $b_m^{(p,q)}$ coeficientes reales, G_{pq} y H_{pq} el orden de los polinomios del numerador y denominador, respectivamente. Nos referiremos a (G_{pq}, H_{pq}) como el orden del modelo. En general, $a_m^{(p,q)}$ y $b_m^{(p,q)}$ serán diferentes para cada $Y_{pq}(s)$. A continuación, se obtiene la matriz admitancia de la red de dos puertas en el dominio de la transformada Z aplicando la técnica de la transformación de Moebius. Finalmente, utilizando técnicas apropiadas de filtros digitales, se obtienen cuatro conjuntos de ecuaciones diferenciales de primer orden. Estas ecuaciones, que describen la relación V/I de la red de dos puertas en el dominio del tiempo discreto, se resuelven junto con las ecuaciones de Maxwell-Ampère discretas [7].

III. TÉCNICA DE AJUSTE RACIONAL CAUSAL

En esta sección, se mostrará el procedimiento seguido para obtener funciones racionales causales que ajusten convenientemente los parámetros S originales. Supongamos que se han medido los parámetros S de cualquier dispositivo concentrado en R puntos frecuenciales $s_r = j\omega_r$ ($r = 1, \dots, R$) en la banda de interés $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$. Estos parámetros se convierten en parámetros Y utilizando las expresiones estándar.

El objetivo ahora es obtener los parámetros del modelo racional en (3). Para ello, utilizamos el método de Cauchy [10]. Esta técnica de ajuste consiste en evaluar (3) en cada punto de frecuencia angular ω_r e igualar el resultado a su correspondiente medida experimental \hat{Y}_r . Con este procedimiento

obtenemos R ecuaciones lineales con $G + H + 2$ incógnitas:

$$\sum_{m=0}^G a_m s_r^m - \hat{Y}_r \sum_{m=0}^H b_m s_r^m = 0, \quad r = 1, \dots, R. \quad (4)$$

Antes de resolver (4) debemos de tener en cuenta dos hechos importantes. Primero, y puesto que el factor exponencial s_r^m en (4) crece considerablemente para órdenes de modelo (G, H) grandes, este conjunto de ecuaciones puede llegar a estar mal condicionado. Para solucionar este problema, el ajuste se lleva a cabo en la banda frecuencial normalizada $[\bar{\omega}_{\min}, \bar{\omega}_{\max}]$, quedando la frecuencia angular normalizada definida como $\bar{\omega} = \omega/\omega_{\text{ave}}$, con $\omega_{\text{ave}} = \frac{1}{2}(\omega_{\min} + \omega_{\max})$. Así, (4) se puede expresar como:

$$\sum_{m=0}^G \bar{a}_m (j\bar{\omega}_r)^m - \hat{Y}_r \sum_{m=0}^H \bar{b}_m (j\bar{\omega}_r)^m = 0, \quad r = 1, \dots, R, \quad (5)$$

donde $\bar{a}_m = a_m (\omega_{\text{ave}})^m$ y $\bar{b}_m = b_m (\omega_{\text{ave}})^m$.

Segundo, según el método TP-LN-FDTD, a_m y b_m deben ser reales, lo cual se consigue separando (5) en sus partes real e imaginaria. Tenemos ahora $2R$ ecuaciones lineales reales que se pueden expresar en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}}_{\text{even}} \\ \bar{\mathbf{a}}_{\text{odd}} \\ \bar{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}} \\ \bar{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6)$$

donde $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ son matrices de tipo Vandermonde, $\bar{\mathbf{a}} = [\bar{\mathbf{a}}_{\text{even}}, \bar{\mathbf{a}}_{\text{odd}}]^T$, $\bar{\mathbf{a}}_{\text{even}} = [\bar{a}_0, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_G]^T$, $\bar{\mathbf{a}}_{\text{odd}} = [\bar{a}_1, \bar{a}_3, \dots, \bar{a}_{G-1}]^T$ y $\bar{\mathbf{b}} = [\bar{b}_0, \bar{b}_1, \dots, \bar{b}_H]^T$. Este conjunto de ecuaciones se resuelve utilizando la técnica de mínimos cuadrados totales (en inglés TLS), realizando para ello la descomposición en valores singulares de la matriz rectangular \mathbf{X} , como en [11]

$$\mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}} \\ \bar{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (7)$$

Después, la solución en TLS de (6) se obtiene tomando

$$[\bar{\mathbf{a}} \ \bar{\mathbf{b}}]^T = \mathbf{v}_{\text{last}}, \quad (8)$$

donde \mathbf{v}_{last} es la última columna de la matriz \mathbf{V} .

Una vez realizado el ajuste racional, debemos prestar atención a la causalidad de las funciones racionales obtenidas. Puesto que FDTD es un método causal en el tiempo, para mantener la estabilidad del algoritmo FDTD, el equivalente temporal de $Y_{pq}(s)$ debe ser causal. Para asegurar la causalidad, ninguno de los polos de $Y_{pq}(s)$ en (3) debe estar en la parte derecha del plano s . Esta condición no se ha exigido a la solución dada en (8). Por ello, deberemos aplicar un procedimiento de verificación y corrección. Con este fin, los polos en (3) se calculan numéricamente, y aquellos en la parte derecha del plano s son reflejados a la parte izquierda. Este proceso origina un nuevo conjunto de coeficientes en el denominador, $\bar{\mathbf{b}}'$, lo que puede reducir la exactitud de nuestro ajuste significativamente. Para resolver este contratiempo, se calcula un nuevo conjunto de coeficientes del numerador, $\bar{\mathbf{a}}'$, resolviendo para ello

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{a}}' = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{b}}' \quad (9)$$

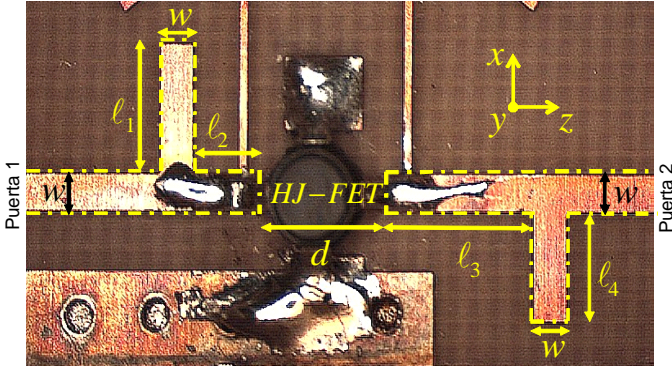


Fig. 1. Vista cenital del amplificador de microondas fabricado. El elemento activo es un NE3210 HJ-FET y las dimensiones son: $l_1 = 33\Delta_x$, $l_2 = 17\Delta_z$, $l_3 = 32\Delta_z$, $l_4 = 28\Delta_x$, $d = 27\Delta_z$, $w = 10\Delta_x$, $\Delta_x = 0.075$ mm y $\Delta_z = 0.1$ mm.

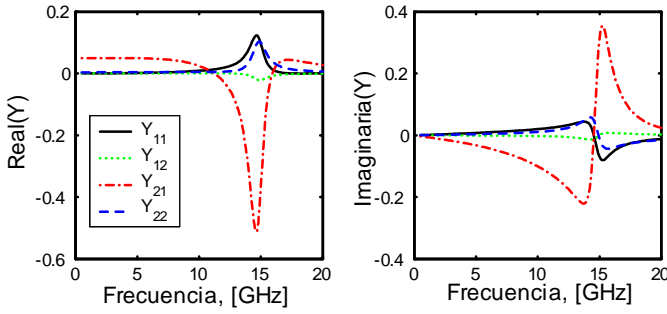


Fig. 2. Parámetros \hat{Y} medidos del NE3210 HJ-FET.

utilizando la técnica de mínimos cuadrados.

Una vez que conseguido el ajuste para cada $Y_{pq}(s)$ en (2), los coeficientes de las funciones racionales se utilizan directamente como parámetros de entrada de la formulación introducida en [7].

IV. VALIDACIÓN

Una vez presentada la técnica de ajuste vamos a emplearla en un ejemplo de interés práctico. Hemos diseñado y fabricado un amplificador de microondas a 12 GHz, tal y como se muestra en la fig. 1. Se trata de un amplificador *microstrip* de pequeña señal formado por dos líneas *microstrip* en serie y por dos *stubs* en abierto que actúan como redes de adaptación de entrada y salida. El sustrato sobre el que se ha montado el circuito es *cuclad* con altura de sustrato $h = 0.254$ mm y con anchura de las líneas $w = 0.79$ mm, correspondiente a una impedancia de 50Ω ; la constante dieléctrica del sustrato vale $\epsilon_r = 2.17$. Después de fabricar el amplificador, hemos medido las dimensiones finales del mismo, obteniendo $w = 0.75$ mm, $l_1 = 2.48$ mm, $l_2 = 1.7$ mm, $l_3 = 3.2$ mm, $l_4 = 2.1$ mm y $d = 2.7$ mm.

El elemento activo que hemos elegido es el transistor de efecto de campo de hetero-unión (HJ-FET) NE3210. Dicho transistor se coloca en serie entre las dos líneas *microstrip*, tal y como se aprecia en la fig. 1.

Para incorporar el elemento activo en la malla FDTD, nuestro punto de partida serán los parámetros de S medidos

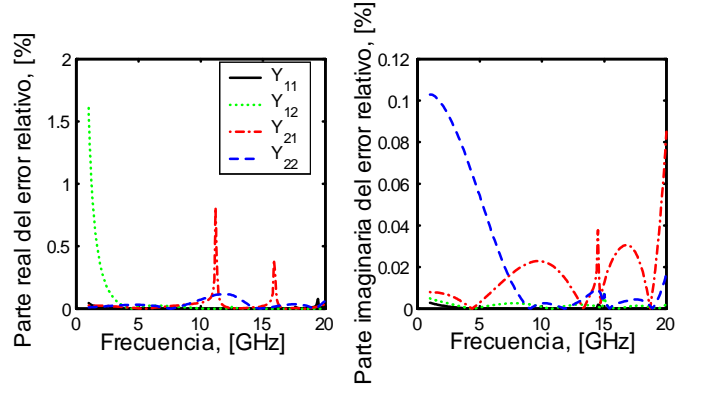


Fig. 3. Error relativo cometido al ajustar los parámetros \hat{Y} medidos del amplificador por funciones racionales.

$Y_{11}(s): G_{11} = 6, H_{11} = 6$				$Y_{12}(s): G_{12} = 7, H_{12} = 6$			
α	$a_{\alpha}^{(1,1)}$	$b_{\alpha}^{(1,1)}$		α	$a_{\alpha}^{(1,2)}$	$b_{\alpha}^{(1,2)}$	
0	-1.678e-8	1		0	3.026e-8	1	
1	2.347e-13	1.302e-11		1	-1.8e-14	1.262e-11	
2	1.970e-24	2.527e-22		2	-2.721e-25	2.503e-22	
3	2.767e-35	1.584e-33		3	-3.235e-36	1.517e-33	
4	7.135e-47	1.465e-44		4	-5.408e-48	1.468e-44	
5	5.779e-58	8.245e-57		5	-5.922e-59	6.299e-57	
6	2.718e-70	1.275e-68		6	-5.892e-71	4.63e-68	
7	-	-		7	-5.297e-82	0	

$Y_{21}(s): G_{21} = 5, H_{21} = 5$				$Y_{22}(s): G_{22} = 6, H_{22} = 5$			
α	$a_{\alpha}^{(2,1)}$	$b_{\alpha}^{(2,1)}$		α	$a_{\alpha}^{(2,2)}$	$b_{\alpha}^{(2,2)}$	
0	0.04945	1		0	0.0036821	1	
1	-1.372e-13	1.442e-11		1	1.856e-13	1.639e-11	
2	-2.995e-25	2.694e-22		2	2.693e-24	2.938e-22	
3	-3.194e-36	1.917e-33		3	3.412e-35	2.401e-33	
4	-7.875e-48	1.645e-44		4	1.508e-46	1.928e-44	
5	-4.198e-59	2.612e-56		5	6.639e-58	5.316e-56	
6	-	-		6	1.776e-69	0	

TABLE I
COEFICIENTES $a_{\alpha}^{(p,q)}$ Y $b_{\alpha}^{(p,q)}$ DE LAS FUNCIONES RACIONALES QUE AJUSTAN LOS PARÁMETROS \hat{Y} MEDIDOS DEL HJ-FET NE3210.

del NE3210 HJ-FET proporcionados por el fabricante [12]. A partir de dichos parámetros y aplicando las ecuaciones estándar, obtenemos los parámetros \hat{Y} medidos que se muestran en la fig. 2. El siguiente paso es ajustar dichos parámetros por funciones racionales de la frecuencia compleja s utilizando la técnica de ajuste racional que acabamos de presentar. El número de muestras de las que disponemos es $R = 23$ dentro de la banda $[1 - 20]$ GHz. En la tabla I se presentan los coeficientes obtenidos para cada función racional. La fig. 3 muestra las partes real e imaginaria del error relativo cometido al ajustar los parámetros \hat{Y} medidos por las funciones racionales. En dicha figura se aprecia como el error es menor del 1.7 % en todos los casos.

Una vez realizado el ajuste, los coeficientes $a_m^{(p,q)}$ y $b_m^{(p,q)}$ se utilizan como parámetros de entrada del método TP-LN-FDTD. Una vez incluido el transistor en la topología del amplificador, se calculan los parámetros S de la estructura completa mediante el método FDTD. La simulación se realizó con las dimensiones finales del amplificador. Los tamaños

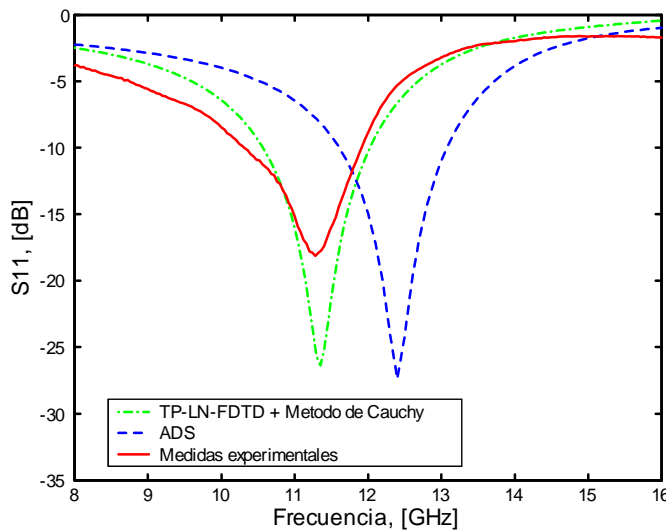


Fig. 4. Parámetro S_{11} del amplificador de la figura 1. Los resultados proporcionados por el método TP-LN-FDTD se comparan con los obtenidos con ADS y con medidas experimentales.

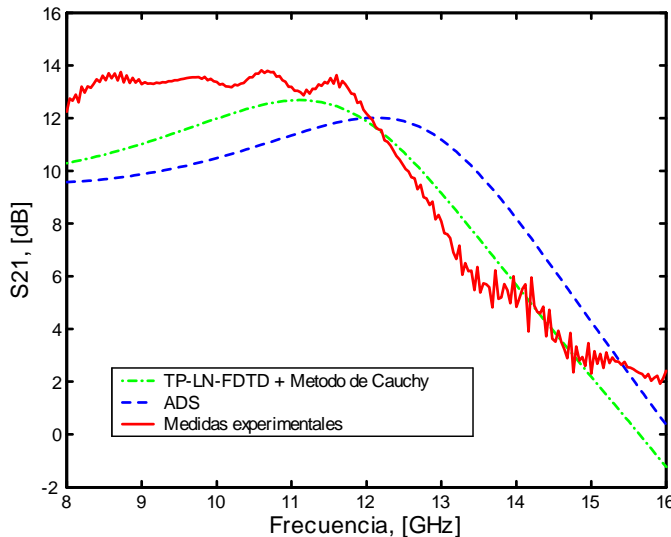


Fig. 5. Parámetro S_{21} del amplificador de la figura 1. Los resultados proporcionados por el método TP-LN-FDTD se comparan con los obtenidos con ADS y con medidas experimentales.

de la celda FDTD fueron $\Delta_x = 0.075$ mm, $\Delta_y = 0.0846$ mm y $\Delta_z = 0.1$ mm. Además, empíricamente, hemos comprobado que la inclusión de matrices Y en simuladores FDTD utilizando el método FDTD, mantiene la condición de estabilidad del método FDTD convencional. Por ello, el paso temporal utilizado fue de 0.95 veces el máximo permitido por la formulación original del método FDTD. En la simulación FDTD, la estructura completa va encerrada en una caja de dimensiones $126 \times 42 \times 235$ celdas.

Las figuras 4 y 5 muestran, respectivamente, la magnitud de los parámetros S_{11} y S_{21} obtenidos mediante la combinación del método TP-LN-FDTD con técnicas de ajuste racional. Asimismo, se han añadido los resultados obtenidos con ADS y los medidos experimentalmente. Tomando estos últimos como

referencia, se aprecia como, en este caso concreto, la técnica combinada proporciona mejores resultados que ADS.

V. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto TEC2006-13268-C03-03/TCM.

VI. CONCLUSIÓN

En este trabajo, hemos combinado el método TP-LN-FDTD con técnicas de ajuste racional para incorporar dispositivos activos descritos por parámetros S medidos en simuladores basados en el método FDTD. Se ha modificado convenientemente la formulación original del método de Cauchy para poder realizar el ajuste. Del mismo modo, se ha propuesto un procedimiento que proporciona parámetros Y causales. La técnica se ha validado calculando los parámetros S de un amplificador de microondas. Los resultados se han comparado con medidas experimentales obteniéndose un buen acuerdo.

REFERENCES

- [1] A. Taflové and S. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, 3rd ed., Artech House, Boston, MA, 2005.
- [2] W. Sui, *Time-Domain Computer Analysis of Nonlinear Hybrid Systems*, CRC Press, Boca Raton, 2002.
- [3] J. Zhang and Y. Wang, "FDTD analysis of active circuits based on the S -parameters," in *Proc. Asia-Pacific Microwave Conf.*, vol. 3, Hong-Kong, pp. 1049-1052, Dec. 1997.
- [4] X. Ye and J. L. Drewniak, "FDTD modeling incorporating a two-port network for I/O Line filtering design," *IEEE Trans. Electromag. Compact.*, vol. 44, no. 1, pp. 175-181, Feb. 2002.
- [5] S. Luo and Z. Chen, "Iterative methods for extracting causal time-domain parameters," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 53, pp. 969-976, Mar. 2005.
- [6] J. A. Pereda, F. Alimenti, P. Mezzanotte, L. Roselli and R. Sorrentino, "A new algorithm for the incorporation of arbitrary linear lumped networks into FDTD simulators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 47, no. 6, pp. 943-949, June 1999.
- [7] O. González, J. A. Pereda, A. Herrera and A. Vegas, "An extension of the lumped-network FDTD method to linear two-port lumped circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 54, no. 7, pp. 3045- 3051, July 2006.
- [8] O. González, J. A. Pereda, A. Herrera, A. Grande, and A. Vegas, "Applying the two-port lumped-network FDTD method to modeling linear field-effect transistors with nonzero transconductance delay parameter", in *Proc. IEEE AP-S Int. Symp.*, July 2006, pp. 1989-1992, Session 302.
- [9] Advanced Design System 2005A, Agilent Technologies, Palo Alto, CA, 2005.
- [10] R. S. Adve, T. K. Sarkar, S. M. Rao, E. K. Miller and D. R. Pflug, "Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrow-band system responses," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, pp. 837-845, May 1997.
- [11] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery, *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*, 2nd ed., Cambridge University Press, New York, 1992.
- [12] "Data sheet of NE3210S01," CEL, Santa Clara, CA. [Online]. Available: <http://www.cel.com/pdf/datasheets/ne3210s01.pdf>.